**МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**
**«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №9»**

| | | |
|---|---|---|
| **РАССМОТРЕНО**<br>на заседании ШМО<br>____________________<br>Протокол от 27. 08.2025г.<br>№1<br>Руководитель МО ________ | **ПРИНЯТО**<br>на заседании<br>Педагогич.совета<br>Протокол от 27. 08.2025г.<br>№1 | **УТВЕРЖДАЮ**<br>Директор МБОУ СОШ №9<br>____________Т.А.Галицкая<br>Приказ от 27.08.2025г.№ 137 |

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
(общеразвивающая) ПРОГРАММА
платных дополнительных образовательных услуг

Физико-математической направленности

Сообщество друзей математики
(9 класс)

**Уровень программы***:* углубленный для 9-х классов
**Вид программы:** типовая
**Возраст детей:** *от* _14__*до* _15__*лет*
**Срок реализации:** 01.09.2025 - 29.05.2026г. (72 часа)
**Разработчик:**
учитель математики

г. Батайск
2025 г

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

# I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

## 1. **Актуальность** программы

Математика (геометрия) – одна из жизненно необходимых наук. Многим учащимся знания по геометрии необходимы для будущей профессии. Поэтому они выбирают дополнительные образовательные курсы по геометрии, основной функцией которых является формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как универсальном языке науки; развитие творческих способностей у школьников, осознанных мотивов учения, подготовка к итоговой аттестации, продолжению образования и сознательному выбору профессии. На занятиях обучающиеся решают задачи продвинутого и повышенного уровня сложности, за счёт их многообразия содержания и способов решения.

## 2. Отличительные особенности программы, новизна

Данная программа «Сообщество друзей математики» 9 класс направлена на углубление знаний по такому разделу геометрии как планиметрия, на организацию системной и продуманной подготовки к сдаче государственной итоговой аттестации по математике за курс основной школы.

## 3. Цель программы:

Создание условий для формирования у учащихся умения решения геометрических задач (по планиметрии) продвинутого уровня сложности.

## 4. Задачи программы:

**обучающие:**

- обобщить и систематизировать знания учащихся по основным разделам планиметрии;
- познакомить учащихся с новыми методами и приемами решения планиметрических задач;

**развивающие:**

- развитие интеллектуальных и творческих способностей учащихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;
- развить умение применять знания на практике, в новой ситуации, приводить аргументированное решение, анализировать условие задачи и выбирать наиболее рациональный способ ее решения;

**воспитательные:**

- воспитывать гражданскую позицию обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;
- воспитание российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы,

использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

- эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;
- воспитание умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
- готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;
- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## 5. Характеристика программы

Данная программа связана с систематизацией знаний по геометрии базового курса, расширяет его, и так же готовит к сдаче единого государственного экзамена.

Она знакомит учащихся с методами решения геометрических задач, классифицируя основные способы решения геометрических задач, как дополнительное построение, алгебраический метод, метод подобия и др…

**Объем и срок освоения программы**

Данный курс рассчитан на 72 часа.

Сроки реализации с 01.09.2025г. по 29.05.2026г.

**Режим занятий** суббота 09.00-10.30

## Структура курса

Курс рассчитан на 72 часа. Программа состоит из 5 тем, связанных общей идеей. Включенный в программу материал предполагает углубление следующих разделов геометрии:

1. Треугольники, четырёхугольники и их свойства.
2. Подобие треугольников.
3. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике.
4. Вписанные и описанные окружности.
5. Площадь.

По программе учащиеся научатся :

- правильно анализировать условие задачи;
- выполнять грамотный чертеж к задаче;
- выбирать наиболее рациональный метод решения;
- в сложных задачах использовать вспомогательные задачи;
- логически обосновывать собственное мнение;
- использовать символический язык для записи решений задач.

**Тип занятий**

Основной тип занятий комбинированный урок. Каждая тема курса начинается с постановки задач и определения каждым учеником уровня освоения темы на данный момент времени. Теоретический материал излагается в форме мини лекции с элементами мозгового штурма. В результате чего составляются конспект и составляются краткие схемы. После систематизации и обобщения теоретического материала выполняются практические задания по данной теме из открытого банка задач и методических пособий. Учащиеся, решая данные задачи самостоятельно или в группе, определяют проблемные, и по ним учитель осуществляет коллективные или индивидуальные консультации.

На итоговых занятиях учащиеся представляют свои работы по решению задач, индивидуально выбранных.

Формы проведения занятий – это уроки, которые включают в себя лекции, практические работы, тренинги по использованию методов поиска решений, уроков-исследований, зачеты и консультации.

**Форма обучения:** индивидуальная, групповая

**Адресат программы** учащиеся 9 класса

**Наполняемость группы** 10-15 человек.

# II. УЧЕБНЫЙ ПЛАН. КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

## 2.1 Учебный план

**Учебный план**

| № п/п | | Количество часов | | | Форма контроля, аттестации |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Теория | Практика | Всего | |
| **1. Раздел 1 / Модуль** | | | | | |
| 1.1 | Треугольники, четырёхугольники и их свойства. | **8** | **14** | **22** | **практикум** |
| 1.2 | Подобие треугольников. | **6** | **8** | **14** | **практикум** |
| 1.3 | Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. | **4** | **12** | **16** | **Зачет** |
| **2. Раздел2 /Модуль** | | | | | |
| 2.1 | Вписанные и описанные окружности. | **2** | **4** | **6** | **практикум** |
| 2.2 | Площадь. | **2** | **4** | **6** | **практикум** |
| 2.3 | Разные задачи | | **8** | **8** | **Зачет** |
| **Итого:** | | **22** | **50** | **72** | |

**Содержание учебного плана**

**Треугольники, четырёхугольники и их свойства.** Виды треугольников и четырехугольников, их свойства и признаки. Признаки равенства треугольников.

Свойства медиан, биссектрис и высот. Теорема синусов и теорема косинусов.

**Подобие треугольников**. Признаки подобия треугольников, лемма о подобных треугольниках, свойство периметров подобных треугольников, свойство медиан треугольника, свойство биссектрисы треугольника, свойство пересекающихся хорд, свойство касательной и секущей.

**Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике**. Нахождение длины высоты, проведённой к гипотенузе, длины катета, через его проекцию на гипотенузу. Нахождение элементов прямоугольного треугольника через метрические соотношения синуса, косинуса, тангенса острого угла прямоугольного треугольника.

**Вписанные и описанные окружности**. Свойства вписанных и описанных четырёхугольников и треугольников.

**Площадь**. Нахождение площади треугольников и четырёхугольников. Теорема о площадях подобных треугольников. Теорема о площадях треугольников содержащих равный угол. Метод площадей.

## 2.2 Календарный учебный график

**Календарный учебный график**
**Сообщество друзей математики (9 класс)**

*(наименование программы)*

| № п/п | Тема занятия | Колли-чество часов | | Содержание учебного материала | Дата проведения |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Теория | Практич. | | |
| *1* | *Вводно-ознакомительный урок* | 1 | | Техника безопасности. Решение геометрической задачи: удача, искусство или мастерство. | |
| | *Треугольники, четырёхугольники и их свойства.* | | | Виды треугольников, их виды и свойства. Медиана, биссектриса, высота и их свойства. Средняя линия треугольника. Признаки равенства треугольников. Теорема синусов и теорема косинусов. Виды четырехугольников, их свойства и признаки. Средняя линия трапеции. Биссектрисы в параллелограмме и трапеции. | |
| *2-5* | Треугольники | 1 | 3 | | |
| *6-7* | Признаки равенства треугольников | 1 | 1 | | |
| *8-9* | Медиана, биссектриса и высота треугольника | 1 | 1 | | |
| *10-15* | Четырехугольники | 2 | 4 | | |
| *16-21* | Теорема синусов и теорема косинусов | 1 | 5 | | |
| | Подобие треугольников. | | | Признаки подобия треугольников, лемма о | |

| № п/п | Тема занятия | Колли-чество часов | | Содержание учебного материала | Дата проведения |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Теория | Практич. | | |
| *22-25* | Признаки подобия треугольников | 2 | 2 | подобных треугольниках, свойство периметров подобных треугольников, свойство медиан треугольника, свойство биссектрисы треугольника, свойство пересекающихся хорд, свойство касательной и секущей. | |
| *26, 27* | Лемма о подобных треугольниках | 1 | 1 | | |
| *28-31* | Свойство медиан и биссектрисы треугольника | 2 | 2 | | |
| *32-35* | Свойство пересекающихся хорд и свойство касательной и секущей | 1 | 3 | | |
| *36-43* | Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора. | 2 | 6 | Нахождение длины высоты, проведённой к гипотенузе, длины катета, через его проекцию на гипотенузу. Нахождение элементов прямоугольного треугольника через метрические соотношения синуса, косинуса, тангенса острого угла прямоугольного треугольника. | |
| *44-47* | Высота в прямоугольном треугольнике | 1 | 3 | | |
| *48-51* | sin α, cos α, tg α острого угла в прямоугольном треугольнике | 1 | 3 | | |
| 52-57 | Вписанные и описанные окружности. | 2 | 4 | Свойства вписанных и описанных четырёхугольников и треугольников. | |

| № п/п | Тема занятия | Колли-чество часов | | Содержание учебного материала | Дата проведения |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Теория | Практич. | | |
| 58-63 | Площадь. | 2 | 4 | Нахождение площади треугольников и четырёхугольников. Теорема о площадях подобных треугольников. Теорема о площадях треугольников содержащих равный угол. Метод площадей. Теорема о площадях треугольников, образованных медианой треугольника | |
| 64-72 | Решение задач | | 8 | | |

# III. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

## 3.1 Условия реализации программы

**Материально-техническое оснащение** Компьютер, ноутбук, интерактивная доска, классная доска, парты, стулья, карточки с заданиями, дополнительная литература.

**Кадровое обеспечение**: учитель математики высшей квалификационной категории.

## 3.2 Формы контроля и аттестации

Практикумы, тесты, зачеты.

## 3.3Планируемые результаты

### ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного курса характеризуются:

1) патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

## МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

### Познавательные универсальные учебные действия

***Базовые логические действия:***

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

***Базовые исследовательские действия:***

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

**Работа с информацией:**

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;
- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

**Регулятивные универсальные учебные действия**

**Самоорганизация:**

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

## ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Проводить вычисления и находить числовые и буквенные значения углов в геометрических задачах с использованием суммы углов треугольников и многоугольников, свойств углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей. Решать практические задачи на нахождение углов.

Владеть понятием геометрического места точек. Уметь определять биссектрису угла и серединный перпендикуляр к отрезку как геометрические места точек.

Владеть понятием касательной к окружности, пользоваться теоремой о перпендикулярности касательной и радиуса, проведённого к точке касания.

Владеть понятием средней линии треугольника и трапеции, применять их свойства при решении геометрических задач. Пользоваться теоремой Фалеса и теоремой о пропорциональных отрезках, применять их для решения практических задач.

Пользоваться теоремой Пифагора для решения геометрических и практических задач. Строить математическую модель в практических задачах, самостоятельно делать чертёж и находить соответствующие длины.

Владеть понятиями синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Пользоваться этими понятиями для решения практических задач.

Вычислять (различными способами) площадь треугольника и площади многоугольных фигур (пользуясь, где необходимо, калькулятором). Применять полученные умения в практических задачах.

Владеть понятиями вписанного и центрального угла, использовать теоремы о вписанных углах, углах между хордами (секущими) и угле между касательной и хордой при решении геометрических задач.

Владеть понятием описанного четырёхугольника, применять свойства описанного четырёхугольника при решении задач.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрии (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

Знать тригонометрические функции острых углов, находить с их помощью различные элементы прямоугольного треугольника («решение прямоугольных треугольников»). Находить (с помощью калькулятора) длины и углы для нетабличных значений.

Владеть понятиями преобразования подобия, соответственных элементов подобных фигур. Пользоваться свойствами подобия произвольных фигур, уметь вычислять длины и находить углы у подобных фигур. Применять свойства подобия в практических задачах. Уметь приводить примеры подобных фигур в окружающем мире.

Пользоваться теоремами о произведении отрезков хорд, о произведении отрезков секущих, о квадрате касательной.

Пользоваться методом координат на плоскости, применять его в решении геометрических и практических задач.

## IV. МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

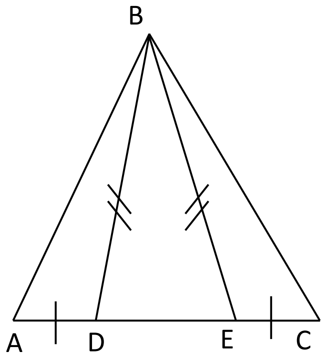
| **Наименование объектов и средств материально-технического обеспечения** | **Примечания** |
|---|---|
| **Учебные пособия** | |
| 1. ОГЭ. Математика : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко. — М. : Издательство «Национальное образование*. 2017. — 224 с. — (ОГЭ. ФИПИ — школе).<br>2. ОГЭ (ГИА-9): 3000 задач с ответами по атематике. Все задания части 1/И. В. Ященко. Л. О. Рослова, Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, А. С. Трепалин, П. И. Захаров, В. А. Смирнов, И. Р. Высоцкий; под ред. И. В. Ященко.— М.: Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО, 2015. —- 463, [1] с.<br>(Серия «ОГЭ (ГИА-9). Банк заданий»)<br>3. Математика. 9 класс. ГИД-2015. Тренажёр для подготовки к экзамену. Алгебра, геометрия, реальная математика : учебно-методическое пособие. / Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2016,— 144 с. —(ГИА-9.)<br>4. Государственная итоговая аттестация выпускников 9 классов. Основной государственный экзамен 2015. Математика. Учебное пособие. / А. В. Семенов, А С. | В учебных пособиях реализована главная цель, которую ставили перед собой авторы – Систематизация знаний по математике, алгебре и геометрии с 5 по 9 класс, развитие личности ученика, подготовка его к сдаче ОГЭ и продолжению обучения и к самореализации в современном обществе. В учебных пособиях представлен материал, соответствующий программе и позволяющий учащимся 5-9 классов выстраивать индивидуальные траектории подготовки к сдаче ОГЭ по математике за счет разноуровневой |

<table>
<tr><td>Трепалин, И. В. Ященко, П. И. Захаров; под ред. И. В. Ященко; Московский Центр непрерывного математического образования. - Москва: Интеллект-Центр, 2016. — 104 с.<br>5. ОГЭ (ГИА-9) 2015. Математика. Основной государственный экзамен. 9 класс. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий / Л. Д. Лаппо, М.А.Попов. — М.: Издательство «Экзамен», 2015. — 79, [ 11 с. (Серия «ОГЭ (ГИА-9). Практикум»)<br>6. 0ГЭ (ГИА-9). Математика. Основной государственный экзамен. Теория вероятностей и элементы статистики / Л. Р. Рязановский, Д. Г. Мухин. — М.: Издательство «Экзамен», 2015. — 47. [I] с. (Серия «ОГЭ(ГИА-9). Практикум») , .<br>7. ОГЭ (ГИА-9) 2015. Математика: сборник заданий / Л. Д. Лаппо, М. А. Попов. — М.: Издательство «Экзамен», 2015. — 157, [31 с. (Серия «ОГЭ (ГИА-9). Сборник заданий»)<br>8. Основной государственный экзамен. 9 класс. Математика. 3 модуля. Тематические тестовые задания Л. Л Лаппо. М А Попов, - -М.; Издательство -Экзамен». 2015. — 71.(1) с. (Серия "ОГЭ (ГИА-9). Супергренинг»)<br>9. Учебник и Дидактические материалы по геометрии 7 класс к учебнику А.Г. Мерзляка<br>10. Учебник и Дидактические материалы по геометрии 8 класс к учебнику А.Г. Мерзляка<br>11. Учебник и Дидактические материалы по геометрии 9 класс к учебнику А.Г. Мерзляка<br>12. Кузнецова и др. Алгебра. Сборник заданий для подготовки к ГИА в 9кл 2013 г.</td><td>системы упражнений, организованной помощи в разделе «Ответы, советы и решения», дополнительного материала: различных практикумов, практических работ и др.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Технические средства</td></tr>
<tr><td colspan="2">Персональный компьютер с принтером<br>Мультимедиапроектор и интерактивная доска<br>Ксерокс<br>Принтер</td></tr>
<tr><td colspan="2">Учебно-практическое и учебно-лабораторное оборудование</td></tr>
<tr><td colspan="2">Доска интерактивная<br>Комплект инструментов классных: линейка, транспортир, угольник ($30^0$, $60^0$), угольник ($45^0$, $45^0$), циркуль<br>Набор планиметрических фигур</td></tr>
<tr><td colspan="2">ИНТЕРНЕТ РЕСУРСЫ:</td></tr>
</table>

- ✓ http://www.fipi.ru/
- ✓ http://www.mathgia.ru/
- ✓ http://sdamgia.ru/

## V. ДИАГНОСТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ
## ТРЕУГОЛЬНИКИ

1°. На стороне $AC$ треугольника $ABC$ выбраны точки $D$ и $E$ так, что отрезки $AD$ и $CE$ равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки $BD$ и $BE$ тоже равны. Докажите, что треугольник $ABC$ — равнобедренный.




***Дано:*** AD=CE, BD=BE.

***Доказать:*** **Δ**ABC - равнобедренный

***Доказательство:***

Рассмотрим ΔBDE он равнобедренный, так как BD=BE.

Значит $\angle BDE = \angle BED$.

Рассмотрим ΔABD и ΔCBE, в них: AD=CE, BD=BE (по условию).

$\angle BDA = \angle BEC$ как смежные с $\angle BDE = \angle BED$.

Следовательно AB = CB и **Δ**ABC - равнобедренный. Ч.Т.Д.

2°. Высоты $AA_1$ и $BB_1$ остроугольного треугольника $ABC$ пересекаются в точке $E$. Докажите, что углы $AA_1B_1$ и $ABB_1$ равны.

3°°. Окружности с центрами в точках $E$ и $F$ пересекаются в точках $C$ и $D$, причём точки $E$ и $F$ лежат по одну сторону от прямой $CD$. Докажите, что $CD \perp EF$.

4°°. В равностороннем треугольнике $ABC$ точки $M, N, K$ — середины сторон $AB, BC, CA$ соответственно. Докажите, что треугольник $MNK$ — равносторонний.

5°°. На стороне AC треугольника ABC отмечены точки D и E так. что AD = CE. Докажите, что если BD = BE, то AB = BC

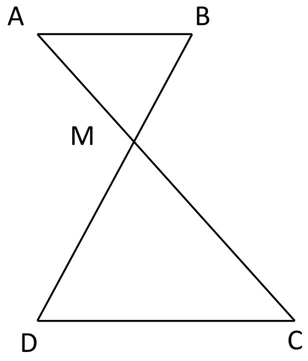
6°°. На медиане KF треугольника MKP отмечена точка E. Докажите, что если EM = EP, то KM = K P.

7°°. Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

## ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

**Содержание.** Определение подобных треугольников. Признаки подобия треугольников. Теоремы – следствия подобия треугольников.

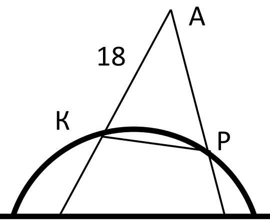
1°. Отрезки $AB$ и $DC$ лежат на параллельных прямых, а отрезки $AC$ и $BD$ пересекаются в точке $M$. Найдите $MC$, если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$




Дано: AB||CD, AB = 14, DC=42, AC = 52.
Найти: MC.

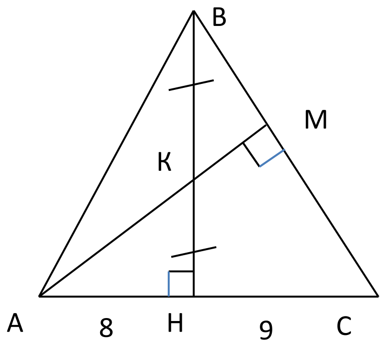
***Решение:***
Рассмотрим ΔAMB и ΔCMD , в них ∠DMC=∠BMA (как вертикальные), ∠MDC=∠MBA (как накрест лежащие при AB||CD и секущей DB), значит ΔAMB ~ ΔCMD по 1 признаку. Значит $\frac{AB}{DC} = \frac{AM}{MC} = \frac{BM}{MD}$, получим $\frac{14}{42} = \frac{52-MC}{MC}$, MC = 39.
Ответ: 39

2°° Окружность пересекает стороны $AB$ и $AC$ треугольника $ABC$ в точках К и Р соответственно и проходит через вершины $B$ и $C$. Найдите длину отрезка $KP$, если $AK = 18$, а сторона $AC$ в 1,2 раза больше стороны $BC$.




Дано: АК = 18, АС = 1,2 ВС
Найти: КР.

***Решение:***
Рассмотрим ΔАВС и ΔАРК , в них ∠А – общий (значит равный), т.к. ∠АКР и ∠ВКР смежные, то ∠АКР = 180°-∠ВКР, т.к. четырёхугольник

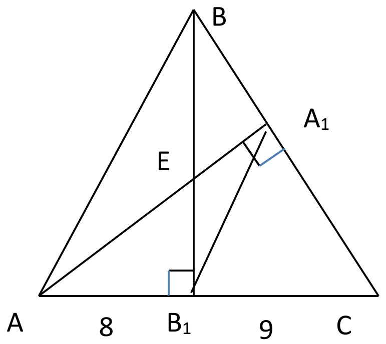



Дано: ΔАВС, ВН, АМ – высоты, АН=8, СН=9. ВК=КН
Найти: ВН.

***Решение:***
1) Рассмотрим ΔАКН ~ ΔВКМ по 1 признаку, в них ∠М=∠Н=90° т.к. ВН и АМ– высоты, ∠АКН=∠ВКМ (как вертикальные).

2) Рассмотрим ΔВСН ~ ΔВКМ по 1 признаку, в них ∠В общий, т.к. ВН и АМ– высоты, то ∠М=∠Н=90°. Получаем, что ΔАКН ~ΔВСН. Поэтому $\frac{КН}{НС} = \frac{АН}{ВН}$ получим $\frac{КН}{9} = \frac{8}{2КН}$, КН =6. Значит ВН = 12.
Ответ: 12

4°°.Высоты $AA_1$ и $BB_1$ остроугольного треугольника $ABC$ пересекаются в точке $E$. Докажите, что углы $AA_1B_1$ и $ABB_1$равны.




Дано: ΔABC, $BB_1$, $AA_1$ , $CC_1$– высоты,

Доказать: $\angle AA_1B = \angle ABB_1$.

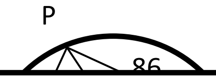
***Доказательство:***

1) Рассмотрим $\Delta A_1EB \sim \Delta B_1EA$ по 1 признаку, в них $\angle A_1 = \angle B_1 = 90°$ т.к. $BB_1$ и А $A_1$– высоты, $\angle AEB_1 = \angle BEA_1$ (как вертикальные). Значит $\frac{AE}{BE} = \frac{B_1E}{A_1E}$ и $\frac{AE}{B_1E} = \frac{BE}{A_1E}$

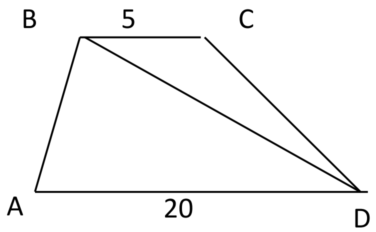
2) Рассмотрим $\Delta BEA \sim \Delta A_1EB_1$ по 2 признаку, в них $\angle AEB = \angle A_1EB_1$ (вертикальные) и $\frac{AE}{B_1E} = \frac{BE}{A_1E}$. значит углы, лежащие против сходственных сторон равны, то есть $\angle AA_1B = \angle ABB_1$. Ч.Т.Д.

***Дано:*** MNPQ – вписанный четырёхугольник, NQ – биссектриса ∠PNM, PQ=86, SQ=43

***Найти:*** N S.




***Решение:***

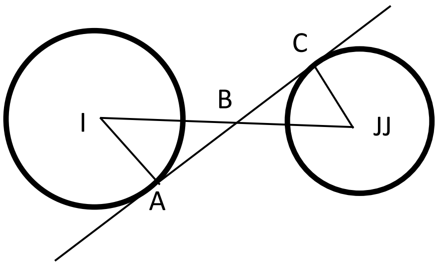



Дано: ABCD - трапеция, BC = 5, AD=20, BD=10

Доказать : $\Delta CBD \sim \Delta ABD$.

***Доказательство:***

Рассмотрим $\Delta CBD$ и $\Delta ABD$, в них: $\angle CBD = \angle BDA$




Дано: Окружности с центрами I и J, IB:BJ-m:n

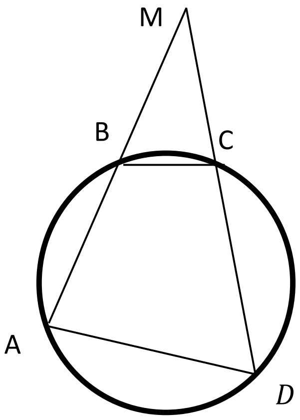
Доказать : $d_I : d_J = m:n$

***Доказательство:***

Рассмотрим $\Delta IAB$ и $\Delta JCB$, в них: $\angle ABI = \angle CBJ$ (вертикальные), $\angle BAI = \angle BCJ$ = 90°(радиусы,

Проведенные в точки касания перпендикулярны к касательной), значит $\Delta IAB \sim \Delta JCB$ по I признаку, тогда $\frac{BI}{BJ} = \frac{IA}{JC} = \frac{m}{n}$, тогда $\frac{d_I}{d_J} = \frac{2IA}{2JC} = \frac{m}{n}$ Ч.Т.Д.

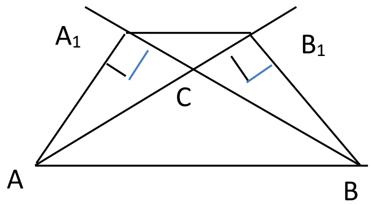
8°°. Известно, что около четырехугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон $AB$ и $CD$ четырёхугольника пересекаются в точке $M$ . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.




Дано: ABCD – вписанный четырёхугольник, M = $AB \cap CD$,
Доказать: $\Delta MBC \sim MDA$

***Доказательство:***
Рассмотрим $\Delta MBC$ и $\Delta MDA$ , в них $\angle M$ – общий (значит равный), т.к. $\angle MBC$ и $\angle ABC$ смежные, то $\angle$**MBC** = 180°-$\angle$ABC, т.к. четырёхугольник ABCD вписанный,
то $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ и $\angle$**ADC** = 180° - $\angle$ABC, получаем, что $\angle MBC = \angle ADC$, значит .
значит $\Delta MBC \sim MDA$ по 1 признаку . Ч.Т.Д

9°°. В треугольнике $ABC$ с тупым углом $ACB$ проведены высоты $AA_1$ и $BB_1$ . Докажите, что треугольники $A_1CB_1$ и $ACB$ подобны.




Дано: ABC - треугольник, $BB_1$ и $AA_1$ – высоты
$\angle ACB$ – тупой
Доказать : $\Delta A_1CB_1 \sim \Delta ACB$.

***Доказательство:***
Рассмотрим $\Delta ACA_1 \sim \Delta BCB_1$, по 1 признаку

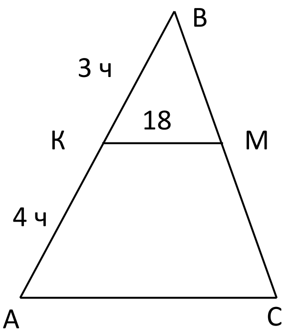
гие

в них: $\angle CB_1B = \angle CA_1A = 90°$, $\angle B_1CB = \angle A_1CA$ как вертикальные. Значит $\frac{BC}{AC} = \frac{B_1C}{A_1C}$, тогда $\frac{BC}{B_1C} = \frac{AC}{A_1C}$ . Значит $\Delta CBD \sim \Delta ABD$ по II признаку, . т. к. $\angle B_1CA_1 = \angle BCA$ как вертикальные $\frac{BC}{B_1C} = \frac{AC}{A_1C}$ Ч.Т.Д.

ает

$C$ ,

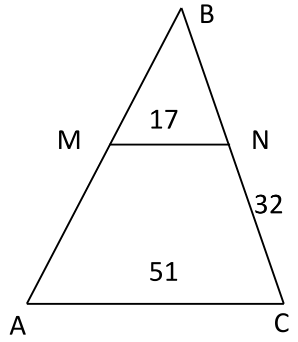
если




***Дано:*** AC∥KM, ВК:КА = 3:4, КМ = 18.
***Найти:*** AC.

***Решение:*** Рассмотрим ΔАВС и ΔКВС , в них $\angle B$ – общий (значит равный), $\angle BAC = \angle BKM$ (как соответственные при AC∥KM и секущей КА), значит $\Delta ABC \sim \Delta KBM$ по 1 признаку. Поэтому $\frac{AB}{KB} = \frac{AC}{KM} = \frac{BC}{BM}$, получим $\frac{7}{3} = \frac{AC}{18}$, AC = 42.
Ответ: 42

11°. Прямая, параллельная стороне $AC$ треугольника $ABC$, пересекает стороны $AB$ и $BC$ в точках $M$ и $N$ соответственно. Найдите $BN$, если $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$.




Дано: AC∥NM, MN = 17, AC = 51, NC=32

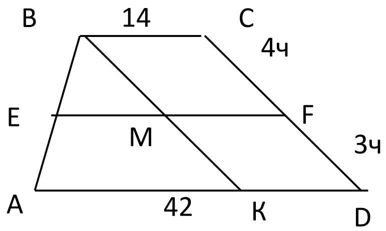
Найти: BN.

Решение:

Рассмотрим ΔABC и ΔMBN , в них ∠B – общий (значит равный), ∠BAC=∠BMN (как соответственные при AC∥MN и секущей MA), значит $\Delta ABC \sim \Delta MBN$ по 1 признаку. Поэтому $\frac{AB}{MB} = \frac{AC}{MN} = \frac{BC}{BN}$, получим $\frac{51}{17} = \frac{BN+32}{BN}$,

BN=16. Ответ: 16

12°°. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF, если BC = 14, AD=42, CF:FD=4:3.




***Дано:*** ABCD - трапеция, EF∥∥AB, BC = 14, AD=42, CF:FD=4:3

***Найти:*** EF.

***Решение:***

1) Дополнительное построение BK∥CD. Получим параллелограммы BCFM,

MFDK и BCDK, значит KD=14, AK=28, BM:MK= CF:FD=4:3.

2) Рассмотрим $\Delta EBM \sim \Delta ABK$, по 1 признаку, получаем $\frac{AB}{BE} = \frac{AK}{ME} = \frac{BK}{BM}$, тогда $\frac{EM}{28} = \frac{4}{7}$, EM=16.

3) По основному свойству отрезка EF = EM + MF = 30.

Ответ: 30

**Приложение Ключевые задачи из темы «Подобие»**

**<u>Свойство периметров</u>** подобных треугольников: отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия. (доказать)

**Задача1.** Стороны треугольника относятся как 5:4:7. Найдите стороны подобного ему треугольника, у которого: 1) периметр равен 64 см; 2) меньшая сторона равна 24 см.

**<u>Свойство медиан:</u>** три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника.

**Задача 2.** В треугольнике ABC известно, что AB = BC, AC = 8 см, AD - медиана, BE - высота, BE = 12 см. Из точки D опущен перпендикуляр DF на сторону AC Найдите отрезок DF и ∠ADF.

**<u>Свойство биссектрисы</u>** треугольника: биссектриса треугольника делит сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим к ним сторонам. (доказать)

**Задача 3.** Отрезок BD - биссектриса треугольника ABC, AB = 28 BC = 20 см, AC = 36 см. Найдите отрезки AD и CD.

**<u>Свойство пересекающихся хорд</u>:** Если AB и CD – хорды окружности пересекающиеся в точке M, то $AM \cdot MB = DM \cdot$ MC. (доказать)

**Задача 4.** Хорды MK и NP окружности пересекаются в точке F, MF = 9 см, KF= 12 см, а отрезок NFв 3 раза длиннее отрезка PF. Найдите хорду NP.

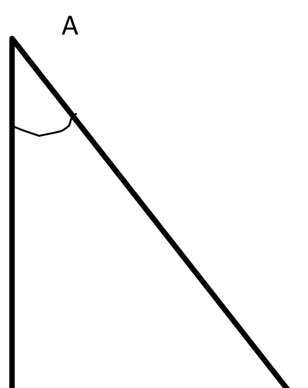
**<u>Свойство касательной и секущей</u>**. Если через точку A к окружности проведены касательная AM (M— точка касания) и прямая (секущая), пересекающая окружность в точках B и C, то $AM^2$ = = AC • AB. (доказать)

**Задача 5**. Окружность с центром на стороне $AC$ треугольника $ABC$ проходит через вершину $C$ и касается прямой $AB$ в точке $B$ . Найдите диаметр окружности, если $AB = 9$, $AC = 12$.

**Задача 6**. Точка E делит хорду CD окружности на отрезки длиной 15 см и 16 см. Найдите радиус окружности, если расстояние от точки E до центра окружности равно 4 см

## МЕТРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

1. Высота прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, делит его на два прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному




ΔABC~ΔACH~CBH (по *I* признаку). Значит 1) $\frac{AH}{CH} = \frac{CH}{HB}$, получаем $CH^2 = AH \cdot BH$

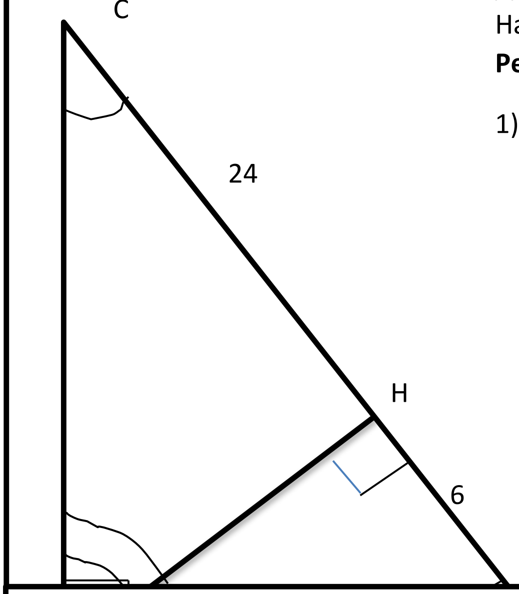
**В прямоугольном треугольнике квадрат высоты, проведенной к гипотенузе равен произведению проекций катетов на гипотенузу**. (отрезков на которые она разбивает гипотенузу)

2) $\frac{AC}{AB} = \frac{AH}{AC}$, получаем $AC^2 = AH \cdot AH$

**Квадрат катета равен произведению**

1°. Точка $H$ является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла $B$ треугольника $ABC$ к гипотенузе $AC$.

Найдите $AB$, если $AH = 6$ $AC = 24$




Дано: ΔABC прямоугольный, $\angle B = 90°$, AC = 24, AH=18

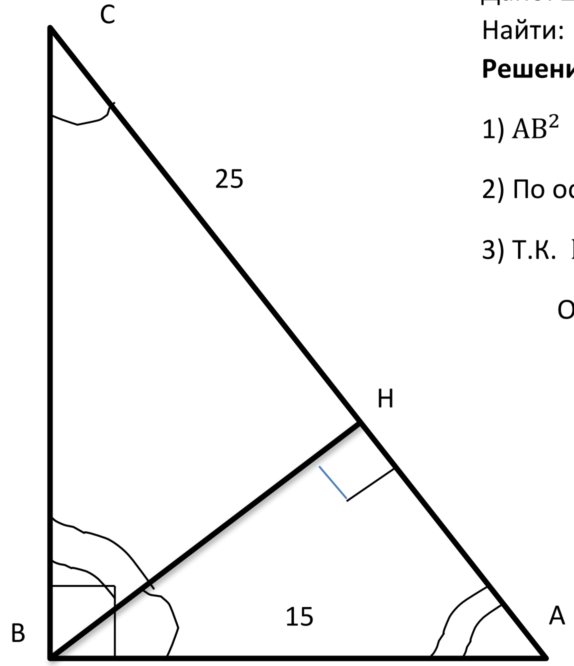
Найти: AB.

**Решение:**

1) Т.К. $AB^2 = AH \cdot AC$, то AB=12

Ответ: 12

ай-




Дано: ΔABC прямоугольный, $\angle B = 90°$, AB = 24, AB=18

Найти: BH.

**Решение:**

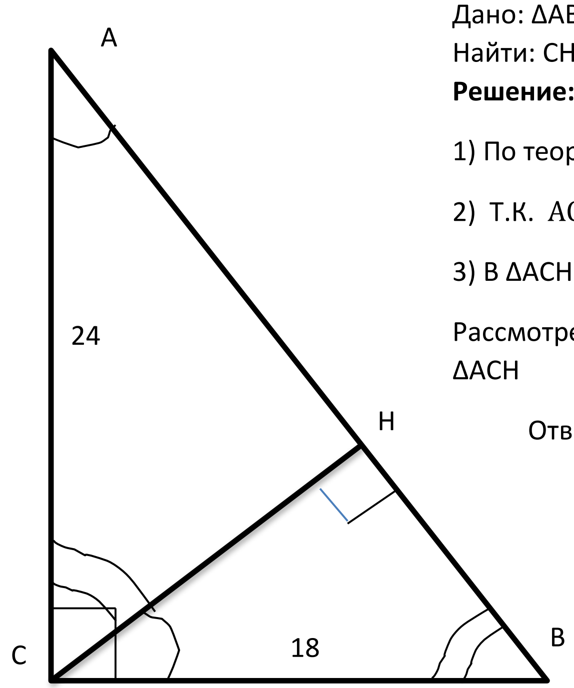
1) $AB^2 = AH \cdot AC$, то AH = 9

2) По основному свойству отрезка AC = AH+CH, CH = 16

3) Т.К. $BH^2 = AH \cdot HC$, то BH=12

Ответ: 12

3°. Катеты прямоугольного треугольника равны 18 и 24. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.




Дано: ΔABC прямоугольный, ∠B=90°, AC = 24, BC=18
Найти: CH.

**Решение:**

1) По теореме Пифагора AB=30

2) Т.К. $AC^2 = AH \cdot AH$, то AH=19,2

3) В ΔACH по теореме Пифагора CH=14,4

Рассмотреть также II способ решения через $\sin\angle A$ в ΔABC и ΔACH

Ответ: 14,4

**ТЕОРЕМА СИНУСОВ И ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ**

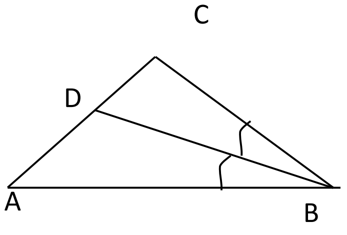
**Лемма.** Хорда окружности равна произведению диаметра и синуса любого вписанного угла, опирающегося на эту хорду**.**

**Теорема синусов.** Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{\sin A}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{\sin B}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{\sin C}} = \boldsymbol{2R}$$

**Следствие из теоремы синусов.** Радиус окружности, описанной около треугольника, можно вычислить по формуле $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2\sin\alpha}} = \boldsymbol{R}$ где $\boldsymbol{a}$ — сторона треугольника, $\alpha$ — противолежащий ей угол.

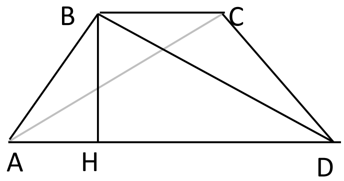
Задача 1. Отрезок BD — биссектриса треугольника ABC, ∠B = 30°,
∠C = 105°. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если радиус окружности, описанной около треугольника BDC равен $8\sqrt{6}$ см.




Дано: ABC - треугольник, BD – биссектриса ∠C -105°, ∠B = 30°, $R_{BDC}$= $8\sqrt{6}$
Найти : $R_{ABC}$

***Решение:***
В $\Delta D$BC:∠C -105°, $\angle D$BC = $\frac{1}{2}$∠B =15° (т.к. BD –
Место для формулы.30°,
биссектриса ∠B), значит ∠CDB=60°. По следствию из теоремы синусов $R_{BDC} = \frac{CB}{2\sin\angle CDB} = 8\sqrt{6}$, значит CB=$24\sqrt{2}$.
Рассмотрим ΔABC, в нём:∠C -105°, ∠B = 30°, значит $\angle A = 45°$. По следствию из теоремы синусов $R_{ABC} = \frac{CB}{2\sin\angle CAB} = 24$(см)
Ответ: 24 см.

Задача 2. Основания равнобокой трапеции равны 9 см и 21 см, а высота — 8 см. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.




Дано: ABC D – равнобедренная трапеция, AD=21, BC=9, BH=8-высота

Найти: $R_{ABCD.}$

***Решение:***

трапеция равнобедренная и BH-высота то AH = 6.

Из ΔABH и Δ DBH по теореме Пифагора AB = 10, BD=17. $Sin\angle BAH = 0{,}8$

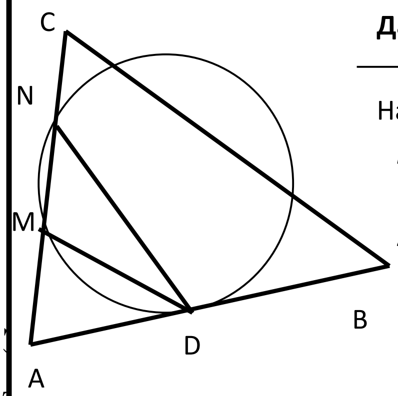
Трапеция по условию равнобедренная. В ней можно выделить два равных треугольника ABD и ACD, сторонами которых являются:

диагональ, боковая сторона, большее основание. Центры описанных окружностей, которых совпадают и являются центром описанной окружности для равнобедренной трапеции. По следствию из т. Синусов $R_{ABCD}$ =10,625.

**<u>Теорема косинусов</u>.** Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов

двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон и косинуса угла между ними.

Задача 3. Точки M и N лежат па стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей точки M и N и касающейся луча AB, если $cos\angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$




**Дано:** M,N∈AC, AM=9, AN=11, $cos\angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$

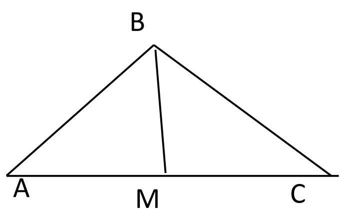
Найти: $R_{MND}$.

***Решение:***

По теореме о касательной и хорде $AD^2 = AM \cdot AN$,

AD=$3\sqrt{11}$. По теореме косинусов

$ND^2 = AN^2 + AD^2 - 2AN \cdot AD$, ND = $3\sqrt{11}$. Значит ΔAND – равнобедренный и $cos\angle \text{AND} = \frac{\sqrt{11}}{6}$




Дано: ABC - треугольник, BM – медиана

AB=2, BC=3, AC=$\sqrt{10}$

Найти : BM

***Решение:***

С помощью теоремы косинусов найдём cos ∠C

$$\cos\angle C = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC} = \frac{5}{2\sqrt{10}}$$

В ΔBMC по теореме косинусов $BM^2 = BC^2 + MC^2 - 2BC \cdot MC \cdot \cos\angle C$, BM=2

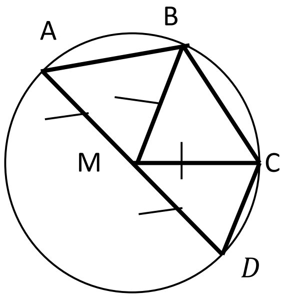
Ответ: 2 см.

## ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

1*. Середина $M$ стороны $AD$ выпуклого четырёхугольника равноудалена от всех его вершин. Найдите $AD$, если $BC = 8$, а углы $B$ и С четырёхугольника равны соответственно 129° и 96°.

***Дано:*** M – середина AD, MB=MC=MA=MD, BC=8, ∠B=129°, ∠C=96°

***Найти:*** AD.




***Решение:***

Рассмотрим четырёхугольник ABCD, он вписанный, так как M равноудалена от его вершин и является серединой стороны AD. Значит

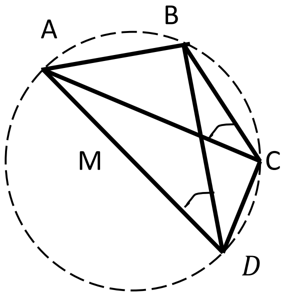
∠ABC + ∠ADC = 180° и ∠**ADC** = 51°, получаем, что ∠MBC = ∠ABC-∠ABM = 45°, значит Δ MBC прямоугольный равнобедренный. Т.к. BC = 8, то MB = $4\sqrt{2}$. Тогда AD=$8\sqrt{2}$.

Ответ: $8\sqrt{2}$

2°. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы $BCA$ и $BDA$ равны. Докажите, что углы $ABD$ и $ACD$ также равны.

***Дано:*** ABCD – выпуклый четырёхугольник, ∠ADB=∠ACB

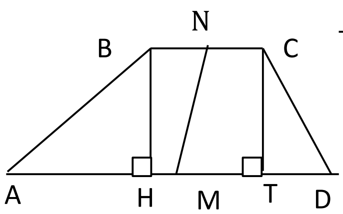
***Доказать:*** ∠ABD=∠ACD.




***Доказательство:***

Рассмотрим четырёхугольник ABCD, он выпуклый и в нём ∠ADB=∠ACB, то около него можно описать окружность. Значит ∠ABD=∠ACD вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AD. Ч.Т.Д.

1°°. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.




***Дано:*** ABC D –трапеция, M,N – середины снований

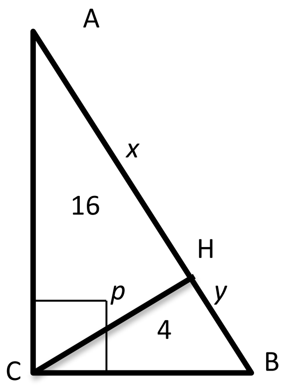
***Доказать:*** $S_{ABNM} = S_{CDMN}$

***Доказательство***: $\mathrm{S_{ABNM}} = \frac{1}{2}(\mathrm{BN} \cdot \mathrm{AM}) \cdot \mathrm{BH} =$ $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\mathrm{BC} + \frac{1}{2}\mathrm{AD}\right) \cdot \mathrm{BH} = \frac{1}{4}(\mathrm{BC} + \mathrm{AD}) \cdot \mathrm{BH} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$

$\mathrm{S_{DCNM}} = \frac{1}{2}(\mathrm{CN} \cdot \mathrm{DM}) \cdot \mathrm{CT} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\mathrm{BC} + \frac{1}{2}\mathrm{AD}\right) \cdot \mathrm{BH} = \frac{1}{4}(\mathrm{BC} + \mathrm{AD}) \cdot \mathrm{BH} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$

Значит $S_{ABNM} = S_{CDMN}$ Ч.Т.Д.

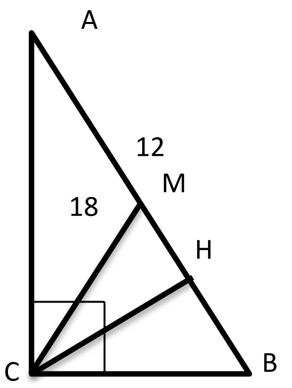
2*. Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, разбивает его на два треугольника с площадями 4 и 16.Найдите длину гипотенузы.




***Дано:*** ΔABC прямоугольный, ∠C=90, CH – высота. $S_{ACH}$= 16, $S_{BCH}$= 4
***Найти***: AB.
***Решение:*** 1)Пусть AH = x, BH = y, CH = p, получим

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xp = 16 \\ \frac{1}{2}yp = 4 \\ p^2 = xy \end{cases}; \begin{cases} xp = 32 \\ yp = 8 \\ p^2 = xy \end{cases}; \begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \\ p = 4 \end{cases}; AB = 10$$

3*. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 12, а площадь равна 18.




***Дано:*** ΔABC прямоугольный, ∠C=90, $S_{ACH}$= 16, $S_{BAC}$= 18, AB=12
***Найти***: ∠A, ∠B.

***Решение:*** Из вершины прямого угла прямоугольного треугольника проведём медиану CM и высоту CH. Тогда AM=CM=BM=6. CH= $\frac{2S}{AB} = 3$. В прямоугольном треугольнике ΔCMH катет равен половине гипотенузы поэтому ∠CMH=30°. ΔCMB – равнобедренный (CM=MB) Значит ∠B= 75°, тогда ∠A=15°.

Ответ:75° и 15°.

**4°°.** На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями $AD$ и $BC$ выбрали произвольную точку $E$. Докажите, что сумма площадей треугольников $BEC$ и $AED$ равна половине площади трапеции.

**5°°.** Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку $E$. Докажите, что сумма площадей треугольников $BEC$ и $AED$ равна половине площади параллелограмма.

6°°. Точка $E$ — середина боковой стороны $AB$ трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника $ECD$ равна половине площади трапеции.

7°°. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD$ и $BC$ диагонали пересекаются в точке $O$. Докажите, что площади треугольников $AOB$ и $COD$ равны.